高一物理基本模型

Zircon

Contents

Part I

运动学与力的基本模型

Chapter 1

初速度为零的匀加速直线运动比例

初速度为零、匀加速直线运动是高一动力学最基本的模型——表面上是一条 v-t 斜直线，实际上**藏着四个几乎所有题都会用到的比例关系**。它们不是”公式”，而是**”v-t 图像下三角形面积”的直接几何后果**——记住几何，就不用背比例。

1.1 v-t 图像的两条核心关系

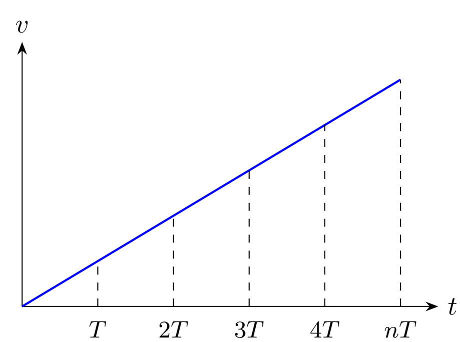
匀加速运动的两个基本量

设物体从静止出发、以恒定加速度 a 运动：

(i) **速度**随时间线性增长：$v(t) = at$；

(ii) **位移**等于 v-t 图像下的面积——三角形：

$$s(t) = \frac{1}{2}at^2.$$



1.2 四条比例关系

比例 1：等时间点的速度比

$T, 2T, \ldots, nT$ 时刻末的速度比为

$$v_1 : v_2 : \cdots : v_n = 1 : 2 : \cdots : n.$$

由来：$v(kT) = a \cdot kT$，所以 $v_k \propto k$。

比例 2：从起点起等时间内的累计位移比

在 $[0, T], [0, 2T], \ldots, [0, nT]$ 时间内的**累计位移**比为

$$s_1 : s_2 : \cdots : s_n = 1 : 4 : 9 : \cdots : n^2.$$

由来：$s(kT) = \frac{1}{2}a(kT)^2 \propto k^2$。

比例 3：连续等时间内的位移比

第 1 个 T、第 2 个 T、…、第 n 个 T 内的**分段位移**比为

$$s_{\mathrm{I}} : s_{\mathrm{II}} : \cdots : s_n = 1 : 3 : 5 : \cdots : (2n-1).$$

由来：第 k 个 T 内的位移 $= s(kT) - s((k-1)T) = \frac{1}{2}aT^2 \cdot (2k-1)$。

比例 4：通过等距离所用时间比

通过从起点起第 $1, 2, \ldots, n$ 段**等长**位移所用时间比为

$$t_1 : t_2 : \cdots : t_n = 1 : (\sqrt{2}-1) : (\sqrt{3}-\sqrt{2}) : \cdots : (\sqrt{n}-\sqrt{n-1}).$$

由来：由 $s = \frac{1}{2}at^2$ 反推 $t = \sqrt{2s/a}$，即通过前 k 段共 k 个位移用时 $\propto \sqrt{k}$，分段取差得上式。

注.

四条比例的记忆法：

- 比例 1 $\sim$ 线性 $\propto k$；
- 比例 2 $\sim$ 二次 $\propto k^2$；
- 比例 3 $\sim$ **连续奇数**——$1, 3, 5, 7, \ldots$；
- 比例 4 $\sim$ 与比例 2、3 对偶——”位移固定、时间变”。

本质：所有比例都源于 $v(t) = at$ 与 $s = \frac{1}{2}at^2$ 两公式。题目实战只需**判断需要哪种划分（等时间 vs 等位移，累计 vs 分段）**。

例（比例 3 的典型应用）.

> 一物体从静止开始做匀加速直线运动，已知第 3 秒内位移为 5 m。求第 5 秒内位移。

解.

> 由比例 3：$s_{\mathrm{I}} : s_{\mathrm{II}} : s_{\mathrm{III}} : \cdots = 1 : 3 : 5 : 7 : 9 : \cdots$。故 $s_{\mathrm{V}} : s_{\mathrm{III}} = 9 : 5$，$s_{\mathrm{V}} = 5 \cdot \dfrac{9}{5} = 9$ m。

Chapter 2

力的合成：三种特殊三角形

两个力 $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ 的合力由**平行四边形法则**给出，大小由余弦定理：

$$|\vec{F}_1 + \vec{F}_2|^2 = F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\cos\alpha,$$

其中 α 为两力的**夹角**。但**三种特殊夹角**（$60°, 90°, 120°$）下，等大情况 $F_1 = F_2 = F$ 能得到**记忆级**的合力：

2.1 三种特殊合力

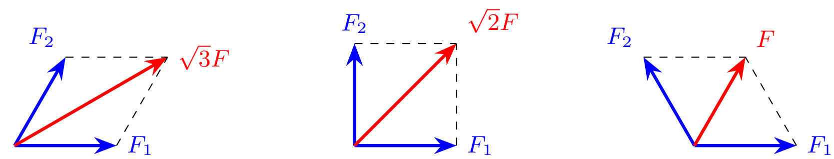
等大两力的三种特殊夹角

设 $F_1 = F_2 = F$，两力夹角为 α，则合力大小

$$F_{合} = 2F\cos\tfrac{\alpha}{2}.$$

代入三种特殊值：

夹角 α	合力	合成三角形
$60°$	$\sqrt{3}F$	等腰三角形，顶角 $120°$
$90°$	$\sqrt{2}F$	等腰直角三角形
$120°$	F	等边三角形



$\alpha = 60°$ $\alpha = 90°$ $\alpha = 120°$

注.

记忆要点：

- $60° + 60° = 120°$（两力夹角 $60°$）——合力 $\sqrt{3}F$，合成三角形中顶角 $120°$；

> - $120° + 120° + 120°$（两力夹角 $120°$）——三角形为等边，**合力** $= F$；
> - $45° + 45° = 90°$（两力夹角 $90°$）——合力 $\sqrt{2}F$。
>
> **考试经验**：看到 $60°, 90°, 120°$ 等**明显的特殊角**时，别套余弦定理浪费时间——直接写合力值。

2.2 一般的合成公式

任意两力合成

对任意 F_1, F_2 及夹角 α：

$$F_{合} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\cos\alpha}.$$

特殊情形：

- $\alpha = 0°$：$F_{合} = F_1 + F_2$（同方向相加）；
- $\alpha = 180°$：$F_{合} = |F_1 - F_2|$（反方向相减）；
- $\alpha = 90°$：$F_{合} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$（直角和）。

范围：任意 α 下，

$$|F_1 - F_2| \le F_{合} \le F_1 + F_2.$$

例（三力平衡的特殊角）.

> 三个共点力 $F_1 = F_2 = F_3 = F$，相互夹角均为 $120°$。证明合力为零。

解.

> 取两力合成：$F_1 + F_2$（夹角 $120°$，等大）的合力为 F，方向与 F_3 **反向**。故三力合力 $= F - F = 0$。**这是" 三力共点成 $120°$ 等大 $\Rightarrow$ 平衡" 的速记：等边三角形闭合 $\Rightarrow$ 零合力。**

Part II

经典情境模型

Chapter 3

传送带模型

传送带模型在高一动力学中占据独特地位——它**把动摩擦力的方向问题推到最前台**，强迫学生分清**物块相对传送带**的运动方向（而非相对地面）。掌握以下三个要点就掌握了全部传送带问题：

(1) 摩擦力方向由**相对速度**方向决定：$\vec{f}_{块对带}$ 与**物块相对传送带**的运动方向**相反**；

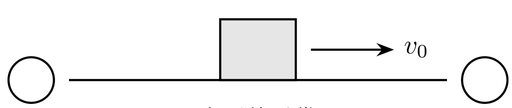
(2) **共速检验**——当物块速度追上或等于传送带速度时，必须分析**能否维持共速**；若静摩擦不足以维持，进入**第二阶段**，摩擦力方向可能反转；

(3) 分段画 v-t 图像——把整个过程按**速度关系**切成几段，每段是匀变速。

3.1 水平传送带

物块由静止放于水平传送带上

设传送带以恒定速度 v_0 向右运动。把物块 m 从静止放上传送带（物块与带的动摩擦因数 μ）。
第一阶段：物块相对传送带向**左**运动 $\Rightarrow$ 摩擦力向**右** $\Rightarrow$ 物块以 $a = \mu g$ 加速。
共速检验：物块加速到 v_0 时，两者相对静止。水平方向无其他力，**静摩擦力** $= 0 \Rightarrow$ 两者共同向右匀速运动（”第二阶段”）。



水平传送带

注.

> **共速检验**是传送带问题的**永恒要点**：
>
> - 每一次物块速度等于传送带速度时，**都要重新判断**静摩擦能否维持；
> - 静摩擦**最大值** $= \mu_s N$，若所需静摩擦超过此值，就进入下一阶段的动摩擦。

3.2 倾斜传送带

倾斜传送带的分析比水平复杂——**重力沿斜面分量**要与摩擦力共同考虑，而摩擦力方向仍然由**相对速度**决定。

倾斜传送带的典型情形

设斜面倾角 θ，传送带与物块动摩擦因数 μ。分情况：

(A) **传送带向下运动，物块从上端静止放上**——物块相对传送带向**上** ⇒ 摩擦力沿斜面**向下**（沿传送带运动方向）⇒ 物块合力下滑，加速度

$$a_1 = g(\sin\theta + \mu\cos\theta).$$

共速后（物块与带同速向下）分两情况：

- 若 $\mu \geq \tan\theta$：静摩擦足以**抗衡**重力分量，**共速向下匀速**；
- 若 $\mu < \tan\theta$：静摩擦不足，物块继续加速，但**相对运动反向**（物块快于带），摩擦力沿斜面**向上**，加速度

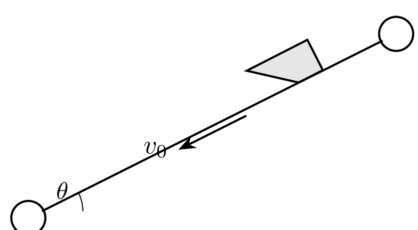
$$a_2 = g(\sin\theta - \mu\cos\theta).$$

(B) **传送带向上运动，物块从下端静止放上**——物块相对传送带向**下** ⇒ 摩擦力沿斜面**向上**（带带动物块）⇒ 物块受重力分量向下、摩擦力向上，加速度

$$a_1 = \mu g\cos\theta - g\sin\theta \quad (\text{若}\mu > \tan\theta, \text{否则物块无法上行}).$$

共速后分两情况：

- 若 $\mu \geq \tan\theta$：两者共同匀速向上；
- 若 $\mu < \tan\theta$：物块**根本上不去**——一开始就会下滑。



(A) 传送带向下、物块静止放上

3.3 相向运动：传送带”送”物块

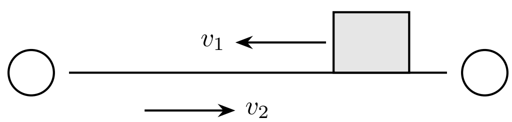
物块以初速度冲向传送带

水平传送带以 v_2 向右运动。物块以 v_1 从传送带右端向**左**冲入，动摩擦因数 μ，重力加速度 g。取**向左为正**。
分析：无论 v_1, v_2 具体值，初始时物块向左（正）、传送带向右（负），物块相对传送带向**正方向**运动 $\Rightarrow$ 摩擦力沿**负方向**（向右）$\Rightarrow$ 物块向左减速。

(i) 物块减速到 0、再反向加速（向右，即负方向），直到速度 $= -v_2$（与传送带共速）；

(ii) **共速后**：水平方向仅有静摩擦；无其他外力 $\Rightarrow$ 静摩擦 $= 0$，两者共同向右匀速运动。

无论 v_1 相对 v_2 大小，定性 v-t 图像总是：先从 $+v_1$ 线性下降，过零，继续线性下降到 $-v_2$，然后**水平直线**（匀速）。



物块向左进入、传送带向右运动

v-t 图像（取向左为正）

在一张 v-t 图上：

- 斜线段：$v = v_1 - \mu g \cdot t$，斜率为负、$-\mu g$；
- 共速后：水平线 $v = -v_2$。

两种情况（$v_1 \le v_2$ 和 $v_1 > v_2$）的**定性图像相同**——只是斜线在 v 轴上的起始位置和水平段的高度不同。

例（传送带提速后物块运动）.

> 水平传送带以 v_0 向右运动，传送带上放一质量为 m 的物块，物块与**左墙**由轻绳相连，绳拉力已达最大值（即恰处临界）。现将传送带速度**突然增大**，求 1 s 后物块的速度大小。

解.

初始状态下绳拉力等于动摩擦力 μmg（绳水平拉物块向左、动摩擦力向右），物块**静止**于传送带上。

突然增大传送带速度——相对速度方向**不变**（物块相对传送带仍然向左），故摩擦力方向**不变**。绳拉力仍为最大值 μmg，与摩擦力平衡，**合力为** 0。

所以物块**仍然静止** $\Rightarrow$ 1 s 后物块速度**仍然为** 0。

易错提示：学生常以为”传送带变快 $\Rightarrow$ 物块也要变快”——错！在**绳连**的情形，绳的存在限制了物块**不能**跟着传送带加速。

注.

传送带问题通用解法:

1. **判定相对速度方向** $\Rightarrow$ 摩擦力方向;
2. **列 Newton 方程**算本阶段加速度;
3. **共速检验**——速度相等时判断摩擦力能否维持共速;不能则**进入下一阶段**并重新判摩擦力方向;
4. **分段 v-t 图像**可视化整个过程。

”倾斜传送带 + μ 与 $\tan\theta$ 比较”几乎决定了所有斜面传送带题的结局——先算 μ 与 $\tan\theta$ 关系,整个分支走向就确定了。

Chapter 4

斜面上的平衡与自锁

斜面是高一力学最”朴素”的情境——但它引出了**自锁、临界角、沙堆倾角**这一串互相等价的概念。本章用一个临界条件 $\mu = \tan\theta$ 把它们**统一成一件事**。

4.1 斜面上的静止临界

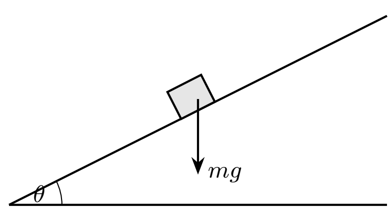
物块静止于斜面上的条件

设斜面倾角 θ、物块质量 m、物块与斜面的静摩擦因数 μ_s（动摩擦因数 μ，通常 $\mu_s \approx \mu$，取两者相等简化）。
受力分析（以斜面方向为坐标）：

- 重力沿斜面分量（下滑方向）：$mg\sin\theta$；
- 重力垂直斜面分量：$mg\cos\theta$；
- 支持力 $N = mg\cos\theta$（垂直方向平衡）；
- 最大静摩擦力 $f_{\max} = \mu_s N = \mu_s mg\cos\theta$。

不下滑条件：$mg\sin\theta \le \mu_s mg\cos\theta$，即

$$\boxed{\mu_s \ge \tan\theta.}$$



临界角与自锁现象

记**临界角** $\theta_0 = \arctan\mu_s$，即 $\tan\theta_0 = \mu_s$：

- 当 $\theta < \theta_0$（即 $\tan\theta < \mu_s$）：静摩擦**有余**，物块**自动静止**，不需要任何外力保持

——即**自锁**；

- 当 $\theta = \theta_0$：临界状态（刚好不下滑）；
- 当 $\theta > \theta_0$：静摩擦不足以支撑，物块**下滑**。

这个临界角就是”**自锁角**”——小于它时斜面和物块”自己锁住”，不动。

4.2 沙堆倾角——自锁的自然体现

沙堆堆积的极限倾角

一堆干沙落到地面后会自然形成一个**圆锥形沙堆**，其侧面与水平面的夹角**有极限**——即沙堆倾角（**静态休止角**）θ_r。每粒沙可看作”斜面上的物块”，斜面即沙堆的侧面。

- 若当前倾角 $\theta < \theta_r$：表层沙粒自锁，堆稳定；
- 若 $\theta > \theta_r$：表层沙粒滑下，直至倾角降到 θ_r。

故沙堆倾角恰等于**沙粒与沙之间的内摩擦临界角**：

$$\tan\theta_r = \mu_s.$$

理解要点：沙堆倾角不是由”沙堆多重”或”怎么倒”决定，而是**只由摩擦因数**决定。

4.3 斜面上加沿斜面外力

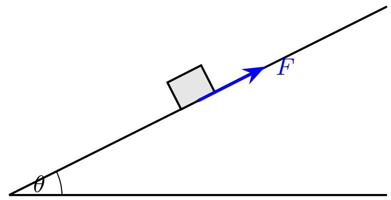
斜面上施加沿斜面的力 F

若在斜面上对物块施加沿斜面向上的外力 F（与斜面平行）：

- **刚好不下滑**：$F \geq mg\sin\theta - \mu mg\cos\theta$（要求右边为正，即 $\mu < \tan\theta$ 时才需 F，否则自锁无需外力）；
- **刚好不上滑**：$F \leq mg\sin\theta + \mu mg\cos\theta$；
- **静止的 F 范围**：

$$mg(\sin\theta - \mu\cos\theta) \leq F \leq mg(\sin\theta + \mu\cos\theta).$$

F **的上下限之差** $= 2\mu mg\cos\theta = 2f_{\max}$——恰是**摩擦力可变范围的两倍**。



例（斜面平衡的临界）.

倾角 $\theta = 30°$ 的斜面上放一物块，已知物块与斜面动摩擦因数 $\mu = 0.5$。问:

(1) 是否需要外力才能使物块静止?

(2) 若不需要，最小静摩擦因数 $\mu_s^{\min}$ 是多少?

解.

(1) $\tan 30° = \frac{1}{\sqrt{3}} \approx 0.577$。动摩擦因数 $\mu = 0.5 < 0.577 = \tan\theta$，故 **需要外力**才能保持静止（否则物块下滑）。

(2) 若物块本身能自锁，只需 $\mu_s \geq \tan\theta = \tan 30° = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$，即

$$\mu_s^{\min} = \frac{\sqrt{3}}{3} \approx 0.577.$$

注.

本章主旨: $\mu = \tan\theta$ **是无处不在的" 临界线"**——它同时定义:

- 斜面物块的**自锁角**;
- 沙堆的**休止倾角**;
- 传送带共速后**能否维持共速**;
- 冲上斜面能否**滑回来**（第 5 章）。

做题直觉: 看到斜面题先算 μ 与 $\tan\theta$ 的关系，答案分支基本就选定了。

Chapter 5

冲上斜面与往返问题

本章处理**物块以初速度冲上斜面**及后续问题：能否滑回、冲上/冲回速度的比值、多次往返的比。最后研究一类易错模型：**斜面 ＋ 斜向外力**下 $N \neq mg\cos\theta$ 的情形。

5.1 冲上斜面的动力学

以 v_0 冲上倾角为 θ 的粗糙斜面

设物块以 v_0 沿斜面向上运动，与斜面动摩擦因数 μ。**上行阶段**——物块相对斜面向上 ⇒ 动摩擦力沿斜面向**下**：

$$a_{\uparrow} = g(\sin\theta + \mu\cos\theta) \quad (\text{减速}).$$

到达最高点时物块停止。设最远距离为 L：

$$v_0^2 = 2a_{\uparrow}L \implies L = \frac{v_0^2}{2g(\sin\theta + \mu\cos\theta)}.$$

到顶后是否滑下取决于**临界条件**：

- 若 $\mu \geq \tan\theta$：静摩擦**自锁**，物块停在最高点；
- 若 $\mu < \tan\theta$：物块**下滑**——摩擦力改向沿斜面**向上**（因相对运动反向）：

$$a_{\downarrow} = g(\sin\theta - \mu\cos\theta).$$

5.2 冲上 / 冲回速度比

往返速度比的核心公式

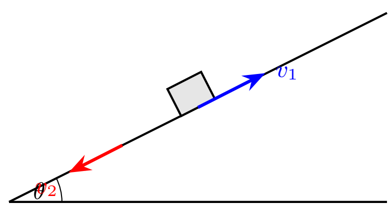
设 v_1 为冲上初速度、v_2 为滑回至原点时的速度（要求 $\mu < \tan\theta$，即物块能滑回）。由上行、下行在**相同斜面距离** L 上的能量方程：

$$\begin{aligned} \text{上行：}\quad & 0 - \tfrac{1}{2}mv_1^2 = -mg\sin\theta\cdot L - \mu mg\cos\theta\cdot L, \\ \text{下行：}\quad & \tfrac{1}{2}mv_2^2 - 0 = mg\sin\theta\cdot L - \mu mg\cos\theta\cdot L. \end{aligned}$$

两式相除即得：

$$\boxed{\left(\frac{v_1}{v_2}\right)^2 = \frac{\sin\theta+\mu\cos\theta}{\sin\theta-\mu\cos\theta}.}$$

推论：$v_1 > v_2$——物块滑回时速度总是**小于**冲上速度，差额来自**摩擦耗能** $2\mu mg\cos\theta\cdot L$。



5.3 多次往返——比例不变

重复往返：比例不变性

若物块从斜面底端以 v_0 冲上、滑回原位置以 v_1，再以 v_1 的某个方向**再次**冲上（比如顶住弹性撞击反射），下次滑回为 v_2，依此类推，形成序列 $v_0, v_1, v_2, \ldots$。由每个"往返循环"几何相同：

$$\left(\frac{v_{n-1}}{v_n}\right)^2 = \frac{\sin\theta+\mu\cos\theta}{\sin\theta-\mu\cos\theta}\quad\text{（每次相同）}.$$

即**每次往返后速度按固定比例衰减**。这是一个**等比数列**。
实际情形举例：小球被置于两斜面构成的 **V 形槽**中，每次滚到对面上升再落回，往返速度比成定值，总路程为无穷级数 $\sum L_n$ 可和。

5.4 斜面 + 斜向外力：$N \neq mg\cos\theta$ 的陷阱

水平外力作用在斜面物块上

考虑物块在倾角 θ 的斜面上，被**水平力** F 推向斜面（水平方向指向斜面内部）。取坐标：x **沿斜面向上**、y **沿斜面法向向外**。
分解 F（水平、指向斜面）：

- 沿斜面向上分量：$F\cos\theta$；
- 垂直斜面（**压向**斜面）分量：$F\sin\theta$。

分解 mg（竖直向下）：沿斜面向下 $mg\sin\theta$、垂直压向斜面 $mg\cos\theta$。
法向平衡：

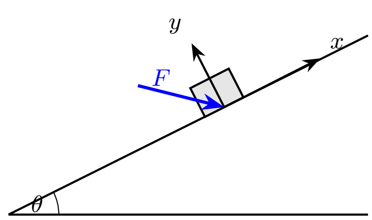
$$\boxed{N = mg\cos\theta + F\sin\theta.}$$

注意——此时 $N \neq mg\cos\theta$**！** 水平外力的法向分量**增大**了支持力。
沿斜面（x）方向 Newton（设向上为正）：

$$ma = F\cos\theta - mg\sin\theta - \mu N.$$

代入 N：

$$ma = F\cos\theta - mg\sin\theta - \mu(mg\cos\theta + F\sin\theta).$$



注.

$N \neq mg\cos\theta$ **的情形**（本章核心要点）：

- 一旦斜面上有**非沿斜面**的外力（如水平推力、竖直力等），都会通过**法向分量**改变 N；
- 摩擦力 $f = \mu N$ 也随之改变；
- **错用** $N = mg\cos\theta$ 会导致错误的加速度、错误的临界条件、错误的往返比。

解题套路：

1. 建坐标——**沿斜面、垂直斜面**最自然；
2. 分解所有力（mg、F、N、f）到两轴；
3. 先用 y 方向平衡**解** N；
4. 再用 x 方向 Newton 算 a。

从不跳过解 N **的一步**——这是陷阱最多的地方。

例（斜面 + 水平力的综合题）.

倾角 $\theta = 37°$ 的斜面上有物块，$\mu = 0.5$，施加水平力 F。求：

(1) 物块**恰好匀速上滑**时 F 的值（用 m, g, θ 表示）；

(2) 取 $\sin 37° = 0.6, \cos 37° = 0.8$，算出 F/mg 的数值。

解.

(1) 匀速 $\Rightarrow a = 0$。由上述公式：

$$F \cos\theta = mg \sin\theta + \mu(mg \cos\theta + F \sin\theta),$$

整理

$$F(\cos\theta - \mu \sin\theta) = mg(\sin\theta + \mu \cos\theta),$$

$$F = mg \cdot \frac{\sin\theta + \mu \cos\theta}{\cos\theta - \mu \sin\theta}.$$

(2) 代入 $\sin 37° = 0.6, \cos 37° = 0.8, \mu = 0.5$：

$$F = mg \cdot \frac{0.6 + 0.5 \cdot 0.8}{0.8 - 0.5 \cdot 0.6} = mg \cdot \frac{1.0}{0.5} = 2mg.$$

故 $F = 2mg$。