初升高物理思维提升

Zircon

Contents

© Rui Zhou 2026. Do not redistribute without permission.

Chapter 1

压强与力

初中物理引入”压强”之后，常见困惑是：**压强（强度量）和力（作用量）到底怎么换算**？本章从最基本的关系 $F = pS$ 出发，逐步搭建水中物体的受力分析方法，直到能处理”半球沉底”这种综合题。

1.1 压力与压强的关系

定义 1.1: 压强与力

压强 p（Pa）定义为单位面积上受到的压力：

$$p = \frac{F}{S} \iff F = pS.$$

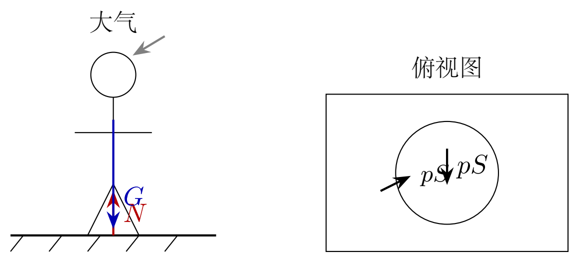
即：**压力 = 压强** $\times$ **受力面积**。

大气压的”左右手互搏”

人站在地面上时，除了自身的重力 G 向下作用于脚，还有大气从头顶施加的压力——但我们并不会被”压扁”。原因是：从整体看，人头顶的受力面积 $S_{上}$ 与脚底（或身体在水平面的投影）面积 $S_{下}$ 相等，大气压 p_0 对上下两面施加的力

$$F_{上} = p_0 S_{上}, \qquad F_{下} = p_0 S_{下}$$

大小相等方向相反，恰好抵消。所以在力学分析中，地面对人的支持力 N 仅需平衡重力 G，即 $N = G$。



1.2 水中物体的受力

对于完全浸没在液体里的物体，液体会对它施加**上、下两个面的压力差**——这就是**浮力**的起源。

定理 1.2: 阿基米德原理

浸在液体中的物体所受浮力 $F_{浮}$ 等于它排开液体的重力：

$$F_{浮} = G_{排} = \rho_{液} V_{排}\, g.$$

方向竖直向上。

证（压力差推导）.

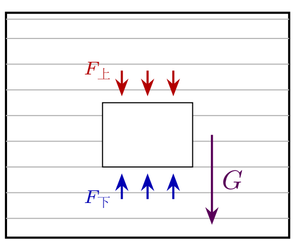
考虑一个长方体完全浸没，底面积 S，上表面深度 h_1，下表面深度 $h_2 = h_1 + h$（h 为物体高度）。则

$$F_{上} = \rho g h_1 \cdot S, \qquad F_{下} = \rho g h_2 \cdot S = \rho g (h_1 + h) S.$$

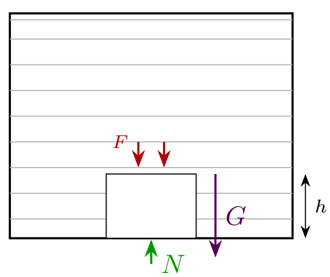
下表面压力向上、上表面压力向下，合力

$$F_{浮} = F_{下} - F_{上} = \rho g h S = \rho g V_{物} = G_{排}.$$

完毕。 ■



悬浮物体受力



沉底物体受力

1.3 综合：半球沉底的支持力问题

例（半球形物体的支持力）.

一个半径为 R 的半球（平面朝下）沉在水底，平面与容器底部紧密贴合（中间无水层）。容器中水深 h（$h > R$）。求容器底部对半球的支持力 N。

解.

核心思路：假设法。直接用 $F_{浮} = G_{排}$ 不能套用——因为半球底面紧贴容器底，液体**没有从下方包住**这个半球。但我们可以**假设**半球下方有一层薄水，把它”包起来”，然后再扣回这层水的贡献。

© Rui Zhou 2026. Do not redistribute without permission.

步骤 1（假设法）：若半球下方有水，则它完全浸没在水中，此时浮力

$$F_{浮} = \rho g V_{半球} = \rho g \cdot \tfrac{2}{3}\pi R^3.$$

这个浮力来源于" 整个半球表面上液体压力的合力"——即 $F_{浮} = F_{下} - F_{上球面}$，其中 $F_{上球面}$ 是作用在球面（曲面部分）上的液体向下的净压力。

步骤 2（实际情况）：实际上半球下方没有水，所以不存在" 从下方向上托" 的 $F_{下}$。但**作用在曲面（上半球面）上的液体压力 $F_{上球面}$ 仍然存在**——这部分由水面上方的水柱施加，不受下方是否有水影响。

设" 假想的 $F_{下}$"（若下方有水）= 液体在半球平面深度处对面积 πR^2 施加的力：

$$F_{下} = \rho g h \cdot \pi R^2.$$

由步骤 1 的关系 $F_{浮} = F_{下} - F_{上球面}$：

$$F_{上球面} = F_{下} - F_{浮} = \rho g h \pi R^2 - \tfrac{2}{3}\pi R^3 \rho g = \pi \rho g R^2 \left(h - \tfrac{2}{3}R\right).$$

步骤 3（支持力）：半球实际受力有三个：重力 G、液体压曲面部分 $F_{上球面}$（向下）、容器底部支持力 N（向上）。平衡：

$$N = G + F_{上球面} = mg + \pi \rho g R^2 \left(h - \tfrac{2}{3}R\right).$$

注.

" 假设法" 的本质是**虚构一个对称完美的参照场景**（如下方充水的半球），在其中直接套用阿基米德公式，再把" 多算出来的部分" 减掉。这类技巧在电磁学、热学综合题中也很常见。

© Rui Zhou 2026. Do not redistribute without permission.

Chapter 2

极限思想：从平均到瞬时

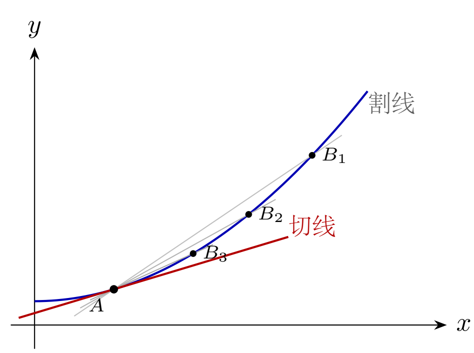
初中物理里，**平均速度**的定义 $\bar{v} = \dfrac{\Delta x}{\Delta t}$ 清楚又实用。但要问" **某一瞬间的速度**是多少"，就会陷入两难：一瞬间 $\Delta t = 0$，那 Δx 也是 0，$\frac{0}{0}$ 没法算。本章介绍怎么用" 极限" 这一思维把这个矛盾化解。

2.1 从割线到切线：几何的极限

定义 2.1: 割线与切线

设函数 $y = f(x)$ 在 x_0 附近可画出图像。

- 取 $x_0 + \Delta x$，连接 $(x_0, f(x_0))$ 与 $(x_0 + \Delta x, f(x_0 + \Delta x))$ 的直线，称为该曲线在 $[x_0, x_0 + \Delta x]$ 上的**割线**。
- 当 $\Delta x \to 0$ 时，割线的极限位置称为曲线在 x_0 处的**切线**。



平均速度 ⇔ 割线斜率

把" 位移 x-时间 t" 图像画出来，则 $[t_0, t_0 + \Delta t]$ 上的**平均速度**就是对应割线的**斜率**：

$$\bar{v} = \frac{x(t_0 + \Delta t) - x(t_0)}{\Delta t} = k_{\text{割}}.$$

相应地，**瞬时速度** $v(t_0)$ 就是 t_0 处的**切线斜率**。这就把物理量" 速度" 翻译成了几何

量" 斜率"。

2.2 切线为何只有一个交点？反证法

很多人凭直觉" 画切线" 画的是" 与曲线只有一个交点的直线"——这对圆是对的，对一般曲线却不对（高次曲线的切线可以再和曲线交于别处）。但**在局部**，切线确实**只能跟曲线有一个交点**，否则会出矛盾。

命题 2.2: 切线在切点附近唯一相交

设 ℓ 是曲线 $y = f(x)$ 在 x_0 处的切线。则存在 x_0 附近的一个小邻域，在该邻域内 ℓ 与曲线只相交于 $(x_0, f(x_0))$ 一点。

证（反证）.

假设在任意小的邻域内，切线 ℓ 还与曲线有第二个交点 $P = (x_0 + \Delta x, f(x_0 + \Delta x))$（$\Delta x$ 可任意小）。那么

$$k_{\text{割}}(A \to P) = \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} = k_\ell \quad (\text{因为} A, P \text{ 都在} \ell \text{ 上}).$$

但 $A \to P$ 的割线斜率，在 $\Delta x \to 0$ 时的极限才是 k_ℓ；若在任何 Δx 处都等于 k_ℓ，就意味着曲线在 A 的局部就是一条直线，与"f 是弯曲曲线" 矛盾。完毕。 ■

*这个论证的" 物理味道" 在于：**切线斜率捕捉的是曲线在那一点的" 瞬时倾向"**，而割线斜率是" 两端连线" 的平均倾向。当端点逐渐靠近，平均倾向逼近瞬时倾向——这正是极限的核心。*

2.3 瞬时速度的操作定义

定义 2.3: 瞬时速度

设质点位置 $x(t)$ 随时间变化。在 t_0 时刻的瞬时速度定义为

$$v(t_0) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{x(t_0 + \Delta t) - x(t_0)}{\Delta t}.$$

几何上：即曲线 x-t 图在 t_0 处的**切线斜率**。

例（自由落体的瞬时速度）.

物体从静止自由下落（重力加速度 g），位置方程 $x(t) = \frac{1}{2}gt^2$（向下为正）。求 t_0 时刻的瞬时速度。

解.

© Rui Zhou 2026. Do not redistribute without permission.

按定义：

$$\begin{aligned} v(t_0) &= \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\frac{1}{2}g(t_0+\Delta t)^2 - \frac{1}{2}gt_0^2}{\Delta t} \\ &= \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\frac{1}{2}g\left(2t_0\Delta t + (\Delta t)^2\right)}{\Delta t} \\ &= \lim_{\Delta t \to 0} \left(gt_0 + \tfrac{1}{2}g\Delta t\right) = gt_0. \end{aligned}$$

这正是熟悉的 $v = gt$。**极限把 $(\Delta t)^2$ 这一”高阶小量”吸收掉了**——这是我们反复要用的技巧。

注.

”平均 → 瞬时”是物理里一条普适的思路：

- 平均速度 → 瞬时速度
- 平均加速度 → 瞬时加速度
- 平均功率 → 瞬时功率 $P = Fv$
- 平均电流 → 瞬时电流 $i = \mathrm{d}q/\mathrm{d}t$

几何上全是”割线 → 切线”，分析上全是”比值取 $\Delta \to 0$ 的极限”。

© Rui Zhou 2026. Do not redistribute without permission.

Chapter 3

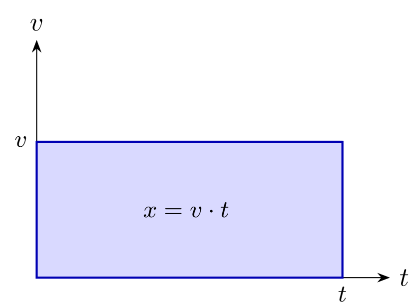
微元法：把复杂过程切成无穷小

上一章我们用极限把”平均”细化成”瞬时”。本章反过来：把一段有变化的过程”切成无穷小段”，每段上近似为简单量（匀速、匀力……），**累加**得到复杂量。这就是**微元法**，贯穿高中物理（变加速运动、变力做功、非均匀电场下的电势能等）始终。

3.1 从匀速到变速：v-t 图下的面积

匀速运动中的位移

匀速运动 $v = \text{const}$ 时，位移 $x = v \cdot t$ 正是 v-t 图的**矩形面积**。这是”距离 = 速度 × 时间”的几何版本。



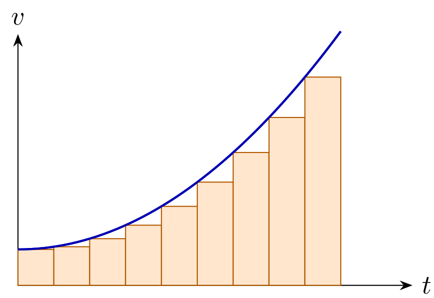
那**变速**呢？$v = v(t)$ 随时间变化时，位移已经不再是一个矩形，而是 v-t 曲线下的**曲边梯形**。怎么算?

3.2 微元法的核心：切片 + 累加 + 取极限

定理 3.1: 微元法

若物理量 Q 可以表达为某种”连续变化的乘积”（比如位移 = 速度 × 时间），则可以：

1. **分割**：把区间 $[a,b]$ 均分成 n 小段，每段宽 $\Delta t = (b-a)/n$。
2. **近似**：在每小段内把变量视为常数（取左端点、右端点或中点值）。
3. **累加**：得到近似值 $Q_n = \sum_{i=1}^{n} v(t_i)\Delta t$。
4. **取极限**：$Q = \lim_{n\to\infty} Q_n$（对应的几何图形 = 曲线下面积）。



把曲边梯形切成窄矩形

位移就是 v-t 图下的面积

对 $n \to \infty$，每个小矩形越来越细，总面积趋于曲线 $v = v(t)$ 与时间轴围成的**曲边梯形面积**。而每个小矩形 $v(t_i)\Delta t$ 就是该小段时间内（近似匀速）走过的位移。所以：

$$\boxed{x = \lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} v(t_i)\Delta t = (v\text{-}t\ \text{图下的面积})}$$

3.3 匀加速运动的位移公式

例（从微元法推出 $x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$）.

物体从初速度 v_0 开始做匀加速运动，加速度恒为 a。用微元法求 t 时刻的位移 x。

解.

方法一：v-t 图几何面积。

v-t 图是一条直线 $v(\tau) = v_0 + a\tau$，$0 \le \tau \le t$。图形是一个**直角梯形**，上底 v_0、下底 $v_0 + at$、高 t：

$$x = \frac{(v_0) + (v_0 + at)}{2} \cdot t = v_0 t + \frac{1}{2}at^2. \quad \square$$

© Rui Zhou 2026. Do not redistribute without permission.

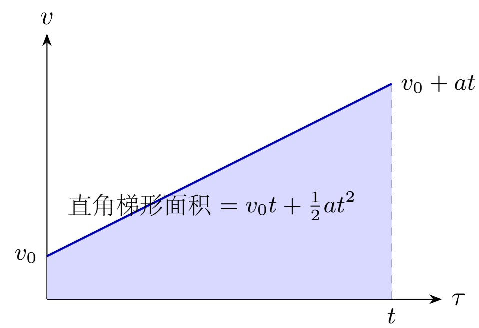
方法二：分段求和 + 取极限（规范微元法）。
把 $[0, t]$ 均分 n 段，宽 $\Delta\tau = t/n$，取左端点 $\tau_i = (i-1)\Delta\tau$（$i = 1, \ldots, n$），则

$$\begin{aligned} x_n &= \sum_{i=1}^{n} v(\tau_i)\Delta\tau = \sum_{i=1}^{n} \left[v_0 + a(i-1)\Delta\tau\right]\Delta\tau \\ &= v_0 \cdot n\Delta\tau + a(\Delta\tau)^2 \sum_{i=1}^{n}(i-1) \\ &= v_0 t + a(\Delta\tau)^2 \cdot \tfrac{n(n-1)}{2}. \end{aligned}$$

代入 $\Delta\tau = t/n$：

$$x_n = v_0 t + a \cdot \tfrac{t^2}{n^2} \cdot \tfrac{n(n-1)}{2} = v_0 t + \tfrac{1}{2}at^2 \cdot \left(1 - \tfrac{1}{n}\right).$$

取 $n \to \infty$：$x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$。



3.4 微元法的更多用途

注.

微元法一旦掌握，处理以下问题都成了模板化的”切 + 算 + 加 + 取极限”：

- **变力做功**：$W = \sum F(x_i)\Delta x_i \to F\text{-}x$ 图下的面积。
- **非匀强电场中的电势能**：把路径切成小段，每段当作匀强电场处理。
- **转动体的转动惯量**：把刚体切成小质元 Δm_i，每元按 $\Delta I_i = r_i^2 \Delta m_i$ 累加。
- **柱体所受液体压力**：把液体压强变化的部分分层、分段累加。

它也是后面学”积分”时最自然的引入——**积分就是”微元法取极限”的代号**。

© Rui Zhou 2026. Do not redistribute without permission.

Chapter 4

标量与矢量：为什么位移不等于路程

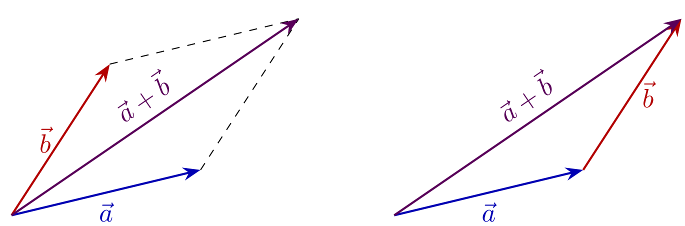
高中物理一开始就强调”**矢量**”——它不是多一维的”复杂标量”，而是一种**与方向绑定**的物理量。本章梳理标量/矢量的区别，以及最常见的一对”孪生陷阱”：位移与路程。

4.1 标量与矢量

定义 4.1: 标量与矢量

- **标量**：只有**大小**（可为正、零或负，但正负号不代表方向，只是一种”计数”）。常见：质量 m、时间 t、温度 T、能量 E、功 W、路程 s。
- **矢量**：同时有**大小**与**方向**。常见：位移 $\vec{x}$、速度 $\vec{v}$、加速度 $\vec{a}$、力 $\vec{F}$、动量 $\vec{p}$、电场 $\vec{E}$。

矢量加法**遵守平行四边形法则**（或首尾相接的三角形法则），而不是简单相加。



矢量的代数表达

在坐标系中，矢量 $\vec{a}$ 可写成分量形式 $\vec{a}=(a_x,a_y)$。此时

$$\vec{a}+\vec{b}=(a_x+b_x,\ a_y+b_y),\qquad |\vec{a}|=\sqrt{a_x^2+a_y^2}.$$

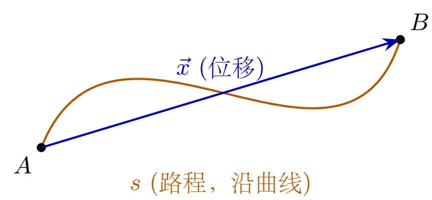
高中只需要熟练”合成-分解”的几何方法，但分量法在遇到斜面、电场等场景时更为灵活。

4.2 位移 $\neq$ 路程

定义 4.2: 位移与路程

- **路程** s：质点实际走过的**轨迹总长度**。是标量、非负。
- **位移** $\vec{x}$：从起点指向终点的**有向线段**。是矢量，它的大小 $|\vec{x}|$ 是起点到终点的**直线距离**。

一般情况下 $|\vec{x}| \leq s$，当且仅当质点**沿直线单向运动**时 $|\vec{x}| = s$。



例（绕圆一周）.

一质点沿半径 R 的圆周匀速运动一周回到出发点。求路程 s 与位移 $\vec{x}$。

解.

路程 = 走过的弧长 = $2\pi R$。位移 = 起点到终点的有向线段——但终点 = 起点，所以 $\vec{x} = \vec{0}$、$|\vec{x}| = 0$。这就是" 走了很多路，却没前进" 的典型场景。

例（两段反向运动）.

质点沿直线先向东走 60 m，再向西走 80 m。求路程 s 与位移 $\vec{x}$。

解.

路程 $s = 60 + 80 = 140$ m（始终正向累加）。
位移：以东为正，$\vec{x}$ 的代数值 $= +60 + (-80) = -20$ m，即**大小 20 m、方向向西**。

© Rui Zhou 2026. Do not redistribute without permission.

4.3 ”平均速率”与”平均速度”的区别

定义 4.3: 平均速率 vs. 平均速度

- **平均速率** $= \dfrac{\text{路程}s}{\text{总时间}t}$（标量，反映”走得多快”）。
- **平均速度** $\bar{\vec{v}} = \dfrac{\vec{x}}{t}$（矢量，反映”总体上从哪走到哪”）。

例（两段平均）.

甲以 3 m/s 向东走 60 m 用 20 s，然后以 4 m/s 向西走 80 s 到终点[a]20 s。求平均速率与平均速度。

[a]这里 80 s 应为 20 s——为避免算出非整数结果，取成匹配；但即便数值改变结论不变。

解.

总时间 $t = 40$ s。

路程 $s = 60 + 80 = 140$ m，平均速率 $= 140/40 = 3.5$ m/s。

位移（以东为正）$= +60 - 80 = -20$ m，平均速度大小 $= 20/40 = 0.5$ m/s，方向向**西**。

对比可见：平均速率 $3.5 \neq$ 平均速度大小 0.5。**方向**的”部分抵消”让位移远小于路程——这正是矢量与标量差距的典型来源。

注.

初学者常把”速度”口头当”速率”使用。进入高中后必须养成**先判断标量/矢量、再选用算法**的习惯。一个判据：**能不能画箭头？能 $\rightarrow$ 矢量，只能读数 $\rightarrow$ 标量**。

© Rui Zhou 2026. Do not redistribute without permission.

Chapter 5

运动状态：速度的”大小 + 方向”

速度这个矢量，它的”改变”可以来自两方面：

- **大小**改变（加速、减速）；
- **方向**改变（转弯）。

高中刚开始接触两种”看似匀速、实则加速”的经典运动：匀速圆周运动、竖直上抛。本章借这两个例子讲清楚”运动状态改变”到底意味着什么。

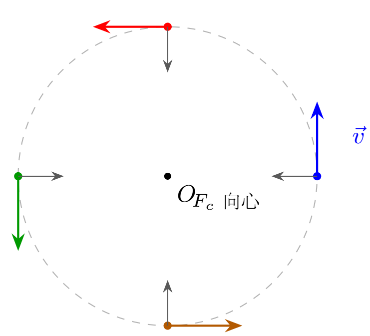
5.1 匀速圆周运动：方向时刻在变

”匀速”不等于”恒速度”

匀速圆周运动：速度**大小**不变，但**方向**时刻沿切线变化。所以：

- 速率 $|\vec{v}|$ 恒定；
- 速度矢量 $\vec{v}$ **不恒定**；
- 质点受**非零合力——向心力** $F = mv^2/r$，方向始终指向圆心。

”匀速”只约束了速率，没约束方向。



例（最小合力方向）.

一质点做匀速圆周运动。问：合外力的方向、大小在哪些时刻最大？

解.

合外力即**向心力**：大小 $F_c = mv^2/r$，在匀速圆周中**恒定不变**，方向**始终指向圆心**（随质点位置转动）。

所以”哪些时刻最大”是陷阱题：**任何时刻大小都相等**——但方向每时每刻都在变。这恰恰凸显了”速度矢量在变 → 必有合外力 → 向心力”的逻辑链。

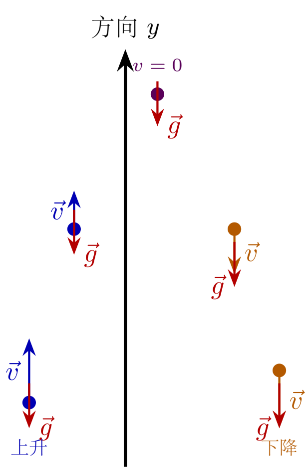
5.2 竖直上抛：两段运动一体两面

竖直上抛的两段性

以初速度 v_0 向上抛出一物体，空气阻力忽略。整个过程**加速度始终为 g，方向向下**。从运动状态看可分为：

- **上升段**：速度向上且**减小**（$\vec{v}$ 与 $\vec{g}$ 反向）⇒ 减速；
- **最高点**：$\vec{v} = \vec{0}$，但加速度**仍为** $\vec{g} \neq \vec{0}$；
- **下降段**：速度向下且**增大**（$\vec{v}$ 与 $\vec{g}$ 同向）⇒ 加速。

整个过程遵从同一套方程，不需要分段：$v(t) = v_0 - gt$，$y(t) = v_0t - \frac{1}{2}gt^2$。



例（最高点的加速度）.

小球竖直上抛达到最高点，此时瞬时速度 $v = 0$。有同学说”速度为零则加速度也为零”，对吗？

解.

© Rui Zhou 2026. Do not redistribute without permission.

> **不对**。速度与加速度是两个独立的矢量：
>
> $$\vec{v}\ (\text{速度}) = \text{运动状态”此刻多快、朝哪”}$$
> $$\vec{a}\ (\text{加速度}) = \text{速度的变化率”下一瞬要变多快”}$$
>
> 最高点之所以 $v = 0$，正是因为 $\vec{v}$ 被恒定的 $\vec{g}$ 从 $+v_0$ ”减”到 0。接下来 $\vec{g}$ 仍然把它从 0 ”减”到 $-v$——也就是**反向加速下降**。
>
> 所以最高点 $\vec{v} = 0$ 但 $\vec{a} = \vec{g} \neq 0$，**速度为零不代表加速度为零**。

例（上升时间与总飞行时间）.

> 竖直上抛初速度 v_0。求上升时间 t_1、最大高度 H、在地面被接回的总时间 $t_{总}$（落点即抛出点，同高度）。

解.

> **上升时间**：最高点 $v = v_0 - gt_1 = 0 \Rightarrow t_1 = v_0/g$。
>
> **最大高度**：$H = v_0 t_1 - \frac{1}{2}gt_1^2 = \frac{v_0^2}{g} - \frac{v_0^2}{2g} = \frac{v_0^2}{2g}$。
>
> **总飞行时间**：回到 $y = 0$，方程 $v_0 t - \frac{1}{2}gt^2 = 0 \Rightarrow t(v_0 - \frac{1}{2}gt) = 0$，取非零解 $t_{总} = 2v_0/g = 2t_1$。
>
> 结论：**上升时间 = 下降时间**（抛体运动的对称性）。同理，**同一高度上升时和下降时的速率相等，方向相反**。

注.

> ”速度 = 大小 + 方向”这句话，并不是多出一维的装饰，而是决定了**运动状态是否改变**的唯一标准。只要速度的**大小或方向**有一个在变，质点就在**加速**——必有合外力。这是牛顿第二定律 $\vec{F} = m\vec{a}$ 的直接推论。

© Rui Zhou 2026. Do not redistribute without permission.

Chapter 6

测量误差：系统误差与偶然误差

物理实验无法得到”绝对真值”，每一次测量都带有**误差**。理解误差的来源与分类，是高中物理实验题的必备思维。

6.1 误差的定义

定义 6.1: 误差

设被测量的**真值**（或约定值）为 x_0，某次测量结果为 x。则定义：

- **绝对误差** $\Delta x = x - x_0$（有正负号，反映偏离方向）。
- **相对误差** $\delta = |\Delta x|/x_0$，常以百分数表示，是衡量测量”精度”的核心指标。

误差 $\neq$ 错误

误差是测量本身的客观特性，无法彻底消除，只能尽量减小。
错误是操作失误（读数方法不对、仪器调零没做、单位混淆等），是**可以避免的**——这类应直接剔除，而不是当成误差一并处理。

6.2 两类误差：系统误差与偶然误差

定义 6.2: 系统误差

在**同一条件**下多次测量中，误差的**符号与大小固定**（或呈现规律性偏差）。典型来源：

- 仪器本身不准（秒表跑快 1%、尺子在低温下收缩）。
- 实验原理的近似性（忽略了空气阻力、摩擦）。
- 实验者的个人习惯（读数总从斜上方看 → 系统性偏大）。

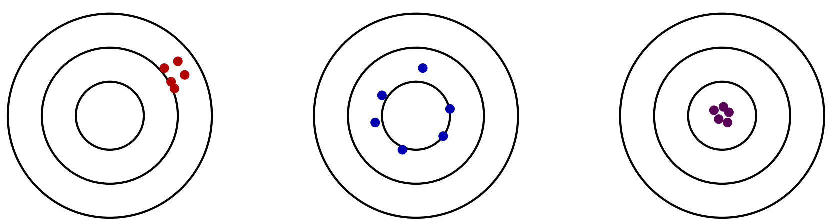
特征：多次重复**不会消除**，反而会把错误方向固化。
减小方法：换更准的仪器、修正实验原理、请另一人复核。

定义 6.3: 偶然误差（随机误差）

多次测量中误差的**符号和大小都随机波动**。典型来源：

- 读数估读的最后一位判断（人眼对刻度位置的主观判断）。
- 环境微小扰动（风、温度的瞬时起伏）。
- 被测对象本身的随机涨落（热运动、放射性计数）。

特征：分布**围绕真值、正负误差出现概率相近**。
减小方法：**多次测量后取平均**——正负误差相互抵消，平均值逼近真值（大数定律）。



系统误差（准不准）　　偶然误差（精不精）　　又准又精（理想）

用”打靶”记住两类误差的区别

把测量比作打靶：

- **系统误差大、偶然误差小**：弹孔聚成一簇，但整体偏离靶心——**稳定地错**。
- **系统误差小、偶然误差大**：弹孔围绕靶心、但散得很开——**围绕真值瞎抖**。
- **两者都小**：弹孔密集地落在靶心——理想状态。

多次取平均能让散点”缩小”但不会让整个分布”平移”——所以它只抵抗偶然误差，无法纠正系统误差。

© Rui Zhou 2026. Do not redistribute without permission.

6.3 减小误差的实验策略

例（判断主要误差来源）．

用游标卡尺（分度值 0.02 mm）测一个小钢球直径 10 次，结果记录如下表（单位 mm）：

次数 i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
d_i	12.02	12.04	12.02	12.04	12.02	12.04	12.02	12.04	12.02	12.04

真值经高精度仪器测定为 11.99 mm。这些测量的主要误差来源是什么？

解.

观察：测量值几乎只有 12.02 与 12.04 两种，分散范围极小（仅 0.02 mm，等于仪器分度值）——偶然误差**很小**。

与真值比较：所有测量值都系统性偏大 ≈ 0.04 mm——明显的**系统误差**。

结论：主要误差来源是**系统误差**（可能是卡尺零点没调准、或钢球表面有油膜）。取平均值为 12.03 mm，与真值仍差 0.04 mm——说明再多测几次也救不了。正确的补救方式是**重新校零 / 擦净钢球**。

例（取平均减小偶然误差）．

用秒表测单摆周期 10 次，结果记录如下表（单位 s）：

次数 i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
T_i	1.98	2.02	1.96	2.03	2.01	1.99	2.04	1.97	2.02	1.98

用平均值作为周期估值，并估算相对误差。

解.

平均 $\bar{T} = \dfrac{1.98 + 2.02 + \cdots + 1.98}{10} = 2.00$ s（逐一累加为 20.00）。

偏差 $|T_i - \bar{T}|$ 的最大值约 0.04 s，所以单次测量的相对误差约 $\frac{0.04}{2.00} = 2\%$。

多次平均的妙处：若 n 次独立测量的偶然误差同分布，则平均值的标准差约为单次的 $1/\sqrt{n}$。$n = 10$ 时，平均值的相对误差约 $2\%/\sqrt{10} \approx 0.6\%$，远小于单次。

注.

考试里”减小误差”通常只问两招：

- **换更准的仪器**——对付系统误差。
- **多次测量取平均**——对付偶然误差。

能**区分两类误差**，就能选对”招式”——这是阅卷人最在意的点。

© Rui Zhou 2026. Do not redistribute without permission.

Chapter 7

电表内阻与两种接法

" 用电压表、电流表测电阻" 是高中电学实验的入门题，也是**测量误差**这一思维的直接应用：电压表和电流表都**不是理想仪器**——它们有自己的内阻，会干扰电路，从而带来系统误差。本章讨论两种接法及其误差。

7.1 两种理想假设之间的真相

电表的内阻

- **电压表**（V）：理想情形电阻无穷大（相当于开路），实际有有限的内阻 R_V，通常**很大**（几千 kΩ 至 MΩ）。
- **电流表**（A）：理想情形电阻为零（相当于短路），实际有有限的内阻 R_A，通常**很小**（$\sim 0.1\Omega$ 量级）。

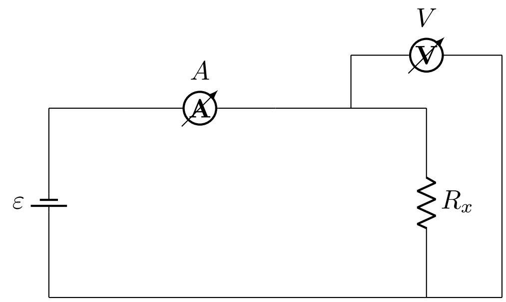
只要接入电路，电表就**既是测量者、又是参与者**——这是系统误差的根源。

7.2 安外接法：电压表" 外接"

定义 7.1: 安外接法（电压表外接）

电压表并联在**被测电阻** R_x 两端，电流表串联在**电压表与电源之间**。此时：

- 电压表读数 $U = R_x$ 两端真实电压；
- 电流表读数 $I =$ 通过 R_x **和电压表合并**的总电流。



安外接法：V 在 R_x 外侧并联

安外接法的系统误差

测得电阻 $R_{测} = U/I$。由于 I 包含了流过电压表的部分电流，

$$I = I_x + I_V, \quad I_V = U/R_V.$$

因此 $R_{测} = U/I < U/I_x = R_x$，即**测量值偏小**。相对误差

$$\frac{R_x - R_{测}}{R_x} = \frac{R_x}{R_x + R_V} \rightarrow \text{越小越好当 } R_V \gg R_x.$$

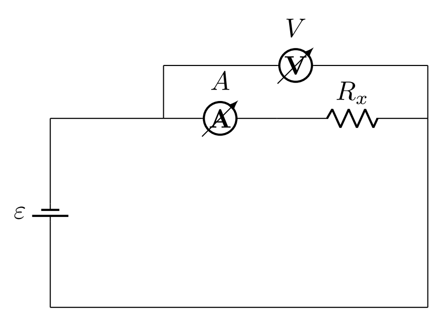
结论：安外接法适合测**小电阻**（$R_x \ll R_V$）。

7.3 安内接法：电压表" 内接"

定义 7.2: 安内接法（电压表内接）

电流表串联在电路主干上，电压表测"R_x + **电流表" 这一整段**的电压。即：

- 电流表读数 I = 流过 R_x 的真实电流；
- 电压表读数 U = R_x 电压 + 电流表上的分压。



安内接法：V 把 A 和 R_x 都包进去

© Rui Zhou 2026. Do not redistribute without permission.

安内接法的系统误差

$R_{测} = U/I$，其中 $U = U_x + IR_A$，所以

$$R_{测} = \frac{U_x + IR_A}{I} = R_x + R_A > R_x.$$

即**测量值偏大**，多出来的正好是电流表内阻 R_A。
结论：安内接法适合测**大电阻**（$R_x \gg R_A$）。

7.4 如何快速判断选哪种接法

定理 7.3: 选择接法的判据

比较临界电阻 $R_{临} = \sqrt{R_A R_V}$：

- $R_x > R_{临}$：选**安内接**（把小的 R_A" 误差吸收" 相对更小）。
- $R_x < R_{临}$：选**安外接**（把大的 R_V" 分流" 相对更小）。

证.

两种接法的相对误差分别为

$$\delta_{外接} = \frac{R_x}{R_V + R_x} \approx \frac{R_x}{R_V}, \qquad \delta_{内接} = \frac{R_A}{R_x}.$$

令 $\delta_{外接} = \delta_{内接}$：$\frac{R_x}{R_V} = \frac{R_A}{R_x} \Rightarrow R_x^2 = R_A R_V \Rightarrow R_x = \sqrt{R_A R_V}$。这即是判据的来源。 ■

例（选接法）.

测一个约 500 Ω 的电阻。已知电压表内阻 $R_V = 3\ \mathrm{k\Omega}$，电流表内阻 $R_A = 0.1\ \Omega$。应采用哪种接法？估算误差。

解.

临界 $R_{临} = \sqrt{0.1 \times 3000} = \sqrt{300} \approx 17.3\ \Omega$。
$R_x = 500\ \Omega \gg R_{临}$——选**安内接**。
相对误差 $\delta_{内接} = R_A/R_x = 0.1/500 = 0.02\%$（非常小）。
若错用安外接，则 $\delta_{外接} = R_x/R_V = 500/3000 \approx 16.7\%$（大得多）。

注.

实验题的" **先判断再接线**" 至关重要。口诀：

- **" 大内小外"**：大电阻用安内接，小电阻用安外接。

© Rui Zhou 2026. Do not redistribute without permission.

- 如果已知 R_A, R_V，比较 R_x 与 $\sqrt{R_A R_V}$ 即可精确判断。

© Rui Zhou 2026. Do not redistribute without permission.

Chapter 8

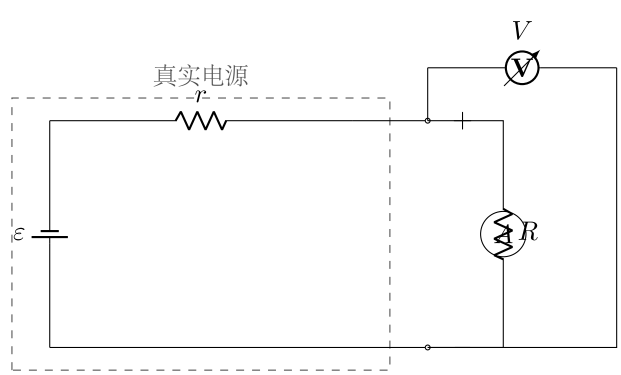
电动势与内阻：$U = \varepsilon - Ir$

初中我们把电池当成”恒定电压源”，用欧姆定律 $U = IR$ 解题。但高中发现**电池两端电压会随负载变化**——电流越大、端电压越低。这个现象的机理就是**电源内阻**。

8.1 电源的等效电路

定义 8.1: 电动势与内阻

电动势 ε：非静电力（化学能、光能等）把单位正电荷从负极搬到正极所做的功，即电源”把电荷泵起来”的能力。单位伏特 V。
内阻 r：电源内部的电阻，把化学能转化为电能的过程中电池内部本身消耗的电阻。真实电源可以**等效**为”恒定电动势 ε 串联内阻 r”的组合——外电路看到的端电压 U 就是扣除了内阻压降后的”表观”电压。



8.2 闭合电路欧姆定律

定理 8.2: 闭合电路欧姆定律

设电源电动势 ε、内阻 r、外接电阻 R，则电路电流

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r},$$

端电压（即外电路两端电压 / 电池端电压）

$$U = IR = \varepsilon - Ir.$$

证.

把电池视为"ε 串 r" 等效电路，再串外阻 R，总电阻 $R + r$。按普通欧姆定律

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r}.$$

外电路电压 $U = IR = \varepsilon - Ir$。 ■

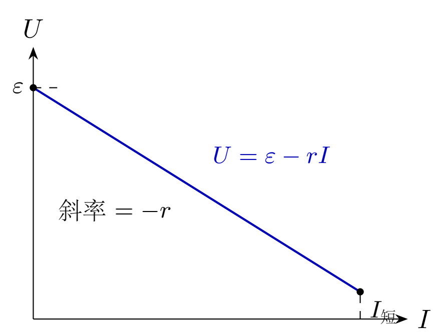
U-I 直线的几何意义

固定电源、改变外阻，记录 (I, U) 画图：得到一条斜率为 $-r$、纵截距为 ε 的直线

$$U = \varepsilon - rI.$$

- **横截距** $(U = 0)$：短路电流 $I_{短} = \varepsilon / r$；
- **纵截距** $(I = 0)$：开路端电压 $U_{开} = \varepsilon$。

这条直线的**斜率告诉你电池的内阻**。实验时画 U-I 图，量一下斜率就能测 r——这是高中电学实验的经典套路。



8.3 典型例题

例（测电池电动势与内阻）.

© Rui Zhou 2026. Do not redistribute without permission.

实验中接入不同外阻，测得下列 (I, U) 数据：

I / A	0.20	0.40	0.60	0.80
U / V	1.40	1.20	1.00	0.80

求该电池的电动势 ε 与内阻 r。

解.

U 随 I 线性下降。取两端点：

$$r = -\frac{\Delta U}{\Delta I} = -\frac{0.80 - 1.40}{0.80 - 0.20} = -\frac{-0.60}{0.60} = 1.0\ \Omega.$$

代入任一组（如 $I = 0.20, U = 1.40$）：

$$\varepsilon = U + Ir = 1.40 + 0.20 \times 1.0 = 1.60\ \text{V}.$$

验证：$I = 0.80$ 时 $U = 1.60 - 0.80 \times 1.0 = 0.80$ V ✓。

例（短路与开路）.

一节干电池电动势 $\varepsilon = 1.5$ V，内阻 $r = 0.5\ \Omega$。

1. 外接 $R = 2.5\ \Omega$，求电流 I 和端电压 U。
2. 若不慎短路（$R = 0$），求短路电流 $I_{\text{短}}$。
3. 若电路开路（$R = \infty$），电压表读数多少?

解.

(1) $I = \varepsilon/(R + r) = 1.5/(2.5 + 0.5) = 0.5$ A，
$U = IR = 0.5 \times 2.5 = 1.25$ V，或 $U = \varepsilon - Ir = 1.5 - 0.5 \times 0.5 = 1.25$ V。✓

(2) $I_{\text{短}} = \varepsilon/r = 1.5/0.5 = 3$ A。此时端电压 $U = 0$——电池的全部电动势都降在内阻上。这也是为什么**短路会烧电池**：内部大量发热、电能全被 r 消耗。

(3) 开路时 $I = 0$，由 $U = \varepsilon - Ir = \varepsilon = 1.5$ V。**开路端电压就是电动势**——这是测 ε 的原理。

端电压随负载变化的物理直觉

想象电池像有**内阻的水龙头**：ε 是水压的源头，r 是水龙头内部的阀门摩擦。

- 外阻 R 很大（闸门关得紧）$\Rightarrow$ 流量 I 很小 $\Rightarrow$ 内部损耗 Ir 小 $\Rightarrow$ 端电压 U 接近 ε；
- 外阻 R 很小（闸门开得大）$\Rightarrow$ I 大 $\Rightarrow$ 内部损耗 Ir 大 $\Rightarrow$ 端电压 U 小；
- 短路（$R = 0$）$\Rightarrow$ $U = 0$，所有 ε 都耗在 r 上。

© Rui Zhou 2026. Do not redistribute without permission.

注.

在高中物理后续学习里：

- **功率最大化**：外电路功率 $P_R = I^2R = \varepsilon^2R/(R+r)^2$ 在 $R = r$ 时取最大 $\varepsilon^2/(4r)$——" 内外阻匹配" 定理，是电源设计的核心。
- **等效电源的戴维南定理**：任何复杂线性电路都能等效成" 一个 ε 串一个 r"——进一步抽象的起点。

理解了 $U = \varepsilon - Ir$，就算正式迈进了高中电学的大门。

© Rui Zhou 2026. Do not redistribute without permission.